



Coordenadoria
de Educação

MATEMÁTICA 9º ANO
1º BIMESTRE / 2011

MATEMÁTICA

1º BIMESTRE

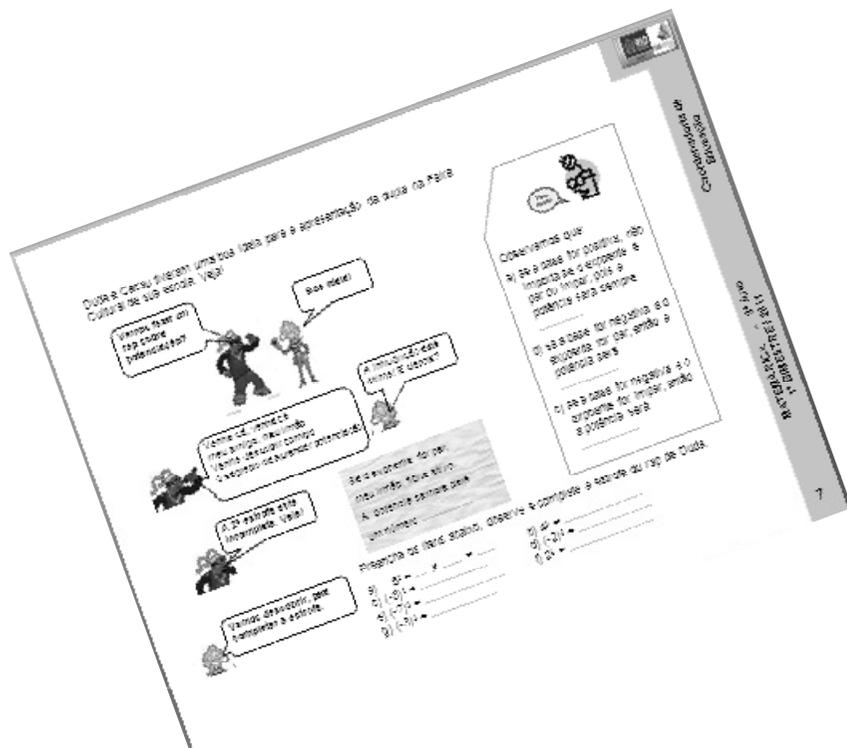
9º ANO

ESCOLA MUNICIPAL: _____ Turma: _____

NOME: _____

2011

Secretaria Municipal de Educação



PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO
EDUARDO PAES

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
CLAUDIA COSTIN

SUBSECRETARIA DE ENSINO
REGINA HELENA DINIZ BOMENY

COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO
MARIA DE NAZARETH MACHADO DE BARROS VASCONCELLOS

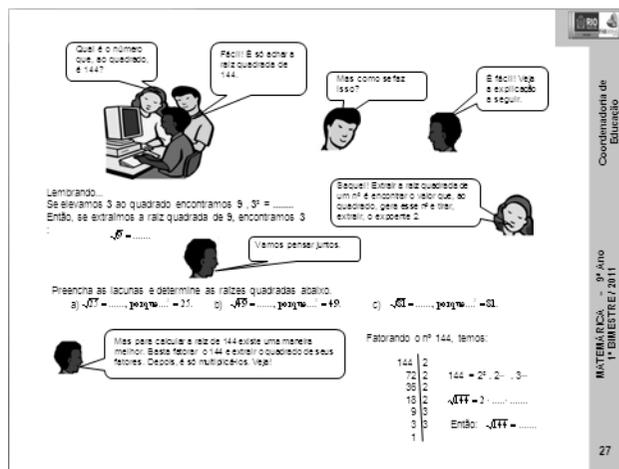
COORDENADORIA TÉCNICA
MARIA SOCORRO RAMOS DE SOUZA MARIA DE FÁTIMA CUNHA

CONSULTORIA
LILIAN NASSER

ELABORAÇÃO
SILVIA MARIA SOARES COUTO

REVISÃO
ANA CRISTIAN THOMÉ VENENO SIMONE CARDOZO VITAL DA SILVA

DESIGN GRÁFICO
MARIA DE FÁTIMA CUNHA BEATRIZ ALVES DOS SANTOS





Caro(a) Estudante

O Material Pedagógico 2011 foi produzido pensando em você, jovem carioca que gosta de aprender, tem curiosidade pelo mundo que o cerca, gosta de música, esportes...

As atividades apresentadas foram organizadas para oportunizar a pesquisa e a diversão, facilitadores do entendimento. Como você já sabe, a Matemática está presente em todas as situações do cotidiano, em casa, na escola, no lazer, nas brincadeiras em geral.

Neste ano, vamos ampliar nossos conhecimentos de Álgebra. Por isso, o material que você acaba de receber, foi idealizado para convidá-lo a compreender as ideias matemáticas e aplicá-las no seu dia a dia, de maneira prazerosa e instigante.

Ao longo destas páginas, você será convidado a pensar, resolver problemas e desafios, trocar ideias com os colegas, observar o mundo ao seu redor.

Aceite este nosso convite com entusiasmo, participando ativamente das atividades, desfrutando do maravilhoso mundo do conhecimento.

Prof.^a Silvia Maria Couto
Equipe de Matemática

Alberto foi a um restaurante almoçar.

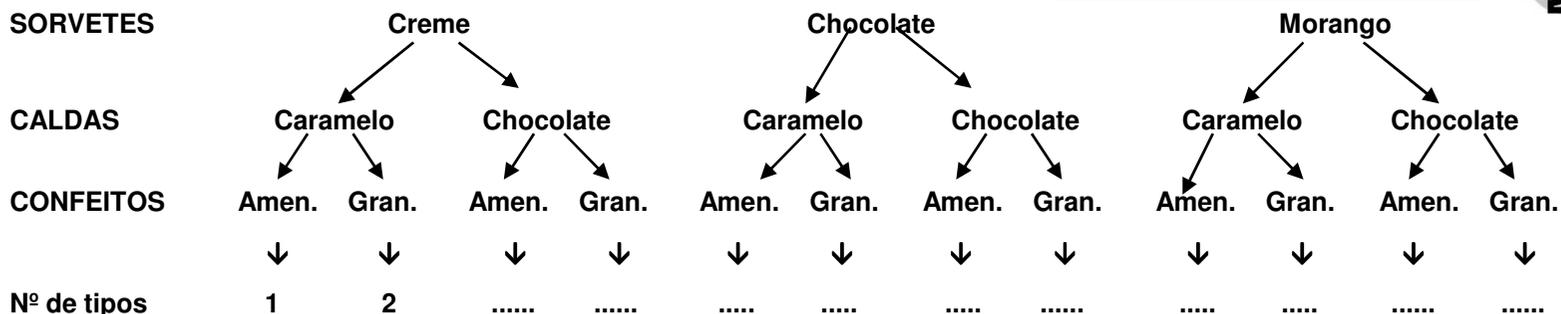
De sobremesa quero uma bola de sorvete, com calda e confeitos.



Temos sorvete de creme, de chocolate e de morango. Caldas de caramelo e de chocolate e confeitos de amendoim e granulados.

Quantos tipos diferentes dessa sobremesa Alberto tem para escolher?

Vamos montar a árvore de possibilidades para ver quantas combinações são possíveis...



Alberto tem tipos dessa sobremesa para escolher.



São sabores de sorvete e cada sabor combina com caldas.
 Temos $3 \times \dots = \dots$ combinações de sorvete com calda.
 Cada combinação dessas pode conter confeitos diferentes. Logo, podem ser formados:
 $3 \times 2 \times \dots = \dots$ tipos dessa sobremesa pedida pelo Alberto.
Este é o Processo Multiplicativo, uma das ideias da Multiplicação.



Vamos ver outras situações semelhantes?

Pesquise o significado de passivos ambientais.

A Importância das Garrafas Pet

As garrafas de plástico são consideradas um dos principais passivos ambientais nos centros urbanos. Mas, ao invés de serem descartadas, elas podem virar telhas.



Material copiado de www.oeco.com.br em 02/03/10.

Ao ler este artigo, Júlio teve uma ideia.



No bairro de Júlio, há 12 ruas. Cada rua tem 8 lojas comerciais. Cada telhadinho é formado por 10 carreiras de telhas e cada carreira é formada por 10 garrafas pet.

Pensando...

Cada carreira é formada por garrafas de plástico.

Um telhado é formado por carreiras, logo serão necessárias x = garrafas pet para cada telhado.

Se cada rua tem lojas e cada loja tem um telhado, para atender às lojas de uma rua são necessárias

..... x x = garrafas.

Se há ruas no bairro de Júlio, então, para fabricar telhados para todas as lojas de seu bairro, serão necessárias

..... x x x =garrafas.

Numa estrada, encontrei sete mulheres.

Cada mulher tinha sete sacos.

Cada saco tinha sete gatos.

Cada gato tinha sete gatinhos.

Quantos gatinhos encontrei na estrada?



Pensando...

Cada gato tinha gatinhos.

Cada saco tinha gatos, logo em cada saco tinha

..... \times =² = felinos ao todo.

Cada mulher tinha Sacos, então, cada mulher tinha

..... \times \times =³ = gatos.

Como na estrada havia mulheres, ao todo eram

..... \times \times \times =⁴ = gatos.



Produto de números iguais...

Fique ligado!

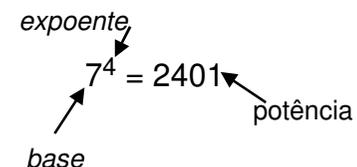


Os números envolvidos em uma multiplicação são chamados de fatores e o resultado da multiplicação é o Quando os fatores são todos iguais, existe uma forma diferente de fazer a representação dessa multiplicação que é a potenciação.

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = \dots\dots\dots \rightarrow$ multiplicação de fatores iguais.

Podemos representar esse cálculo pela Potenciação.

$$7^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots = \dots\dots\dots$$



A sempre será o fator que multiplicamos.

O é a quantidade de vezes que o fator repete.

A é o resultado do produto.

Duda e Cacau tiveram uma boa ideia para a apresentação da dupla na Feira Cultural de sua escola. Veja!

Vamos fazer um rap sobre potenciação?



Boa ideia!



Venha cá, venha cá
meu amigo, meu irmão
Venha descobrir comigo
o segredo de aprender potenciação.

A introdução está ótima! E depois?



A 2ª estrofe está incompleta. Veja!



Se o expoente for par,
meu irmão, fique ativo.
A potência sempre dará
um número

Vamos descobrir, para completar a estrofe.



Preencha os itens abaixo, observe o “Fique Ligado!!!” e complete a estrofe do rap de Duda.

- a) $5^2 = \dots \times \dots = \dots$
- c) $(-3)^4 = \dots$
- e) $(-7)^3 = \dots$
- g) $(-3)^3 = \dots$

- b) $4^3 = \dots$
- d) $(-2)^6 = \dots$
- f) $2^5 = \dots$



Observamos que:

- a) se a base for positiva, não importa se o expoente é par ou ímpar: a potência será sempre
- b) se a base for negativa e o expoente for par, então a potência será
- c) se a base for negativa e o expoente for ímpar, então a potência será

E o rap continua....



A atividade que fizemos na folha anterior ajuda também a completar a 2ª estrofe!!!

Se o expoente for ímpar
preste atenção nesta fase
a potência sempre terá
o mesmo sinal da

Tenho uma dúvida.
 $(-3)^2 = -3^2$?



Vamos pensar...



Em $(-3)^2$, estamos elevando ao quadrado o n^o

Então, $(-3)^2 = (\dots) \times (\dots) = \dots$
Indica negatividade do n^o 3

Em -3^2 , estamos elevando ao quadrado apenas o

Então, $-3^2 = - (\dots \times \dots) = - \dots$
Sinal operatório

Continua que estou gostando!



Venha cá, venha cá...
Na multiplicação de potências de bases iguais, meu irmão, seja consciente. Você repete a e soma os

Pensando...

a) $3^2 \cdot 3^3 = 9 \cdot \dots = \dots$

b) $3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot \dots = 3 \dots = \dots$

Logo...

c) $3^{2+3} = 3 \dots = \dots$

d) $2^3 \cdot 2^4 = 8 \cdot \dots = \dots$

e) $2^3 \cdot 2^4 = \dots = 2 \dots = \dots$

f) $2^{\dots} \cdot 2^{\dots} = 2 \dots = \dots$

Faça a atividade, leia o Fique Ligado!!! e complete a estrofe do Duda.



Observamos que existe uma propriedade da multiplicação de potências com a mesma base.

Para calcular o produto de potências de mesma base basta a base e os expoentes.

Venha cá, venha cá...
E na divisão?
É um pouco diferente.
Então, preste muita atenção.
Em vez de somar os expoentes,
você faz



Fazendo a atividade e lendo o Fique Ligado!!!, você pode completar a estrofe acima.

Preencha as lacunas:

a) $2^5 \div 2^3 = 32 \div \dots = \dots$

b) $2^5 \div 2^3 = \frac{2 \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots}{2 \cdot \dots \cdot \dots} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \dots \cdot \dots}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 2^{\dots}$

c) $2^{5-3} = 2^{\dots} = \dots$

d) $3^4 \div 3^3 = \dots \div \dots = \dots$

e) $3^4 \div 3^3 = \frac{3 \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots}{3 \cdot \dots \cdot \dots} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \dots}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 3^{\dots}$

f) $3^{\dots} = 3^{\dots} = \dots$



Observamos que existe uma propriedade da divisão de potências com a mesma base.

Para calcular o quociente de potências de mesma base, basta a base e os expoentes.

Lembre-se...

Quociente é o resultado da

Venha cá, venha cá...
Na potência de potência com parênteses
é bom você não se complicar.
O que fazer com os expoentes?
É simples.
Só basta



Faça a atividade a seguir, leia o Fique Ligado!!!
e descubra como completar essa estrofe.

Preencha as lacunas e torne as sentenças matemáticas verdadeiras.

- a) $(3^3)^2 = (\dots)^2 = \dots$ b) $729 = 3^{\dots}$ c) $6 = 3 \dots 2$
d) $(2^2)^4 = (\dots)^4 = \dots$ e) $256 = 2^{\dots}$ f) $\dots = 2 \dots 4$

Agora, é só juntar
as estrofes e
cantar!

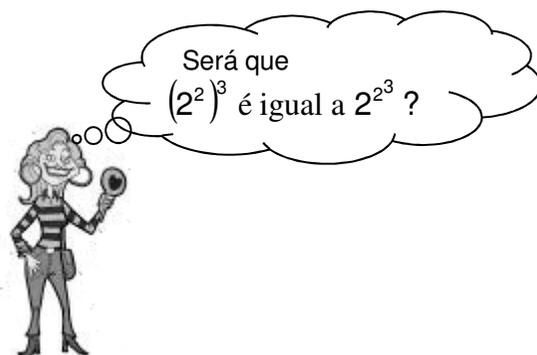


Esse rap vai
ajudar a resolver
questões com
potência !



Observamos que existe uma
propriedade na potência de
potências.

Para calcular a potência de
uma potência basta
..... a base e
..... os expoentes.



Vamos pensar...



Em $(2^2)^3$, estamos elevando ao cubo a potência

Então, $(2^2)^3 = (2^2) \times (\dots\dots\dots) \times (\dots\dots\dots) = 2 \dots\dots$
Potência de uma potência

Em 2^{2^3} , estamos elevando ao cubo apenas o

Então, $2^{2^3} = 2 \dots\dots$
Expoente ao cubo



Fique ligado!

Descobrimos que:

- a) quando há parênteses entre os expoentes, calculamos a potência de uma
- b) quando não há parênteses, elevamos a base a uma potência.

A) Complete as lacunas abaixo.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 5^3 \div 5^2 = 125 \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \text{b) } 5^3 \div 5^2 = 5\dots\dots \end{array} \right\} \text{Podemos afirmar que } 5^1 = \dots\dots\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } 10^4 \div 10^3 = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \text{d) } 10^4 \div 10^3 = 10\dots\dots \end{array} \right\} \text{Podemos afirmar que } 10^{\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

B) Complete as lacunas abaixo.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 7^3 \div 7^3 = 343 \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \text{b) } 7^3 \div 7^3 = 7\dots\dots \end{array} \right\} \text{Podemos afirmar que } 7^0 = \dots\dots\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } 10^2 \div 10^2 = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \text{d) } 10^2 \div 10^2 = 10\dots\dots \end{array} \right\} \text{Podemos afirmar que } 10^{\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

C) Complete as lacunas abaixo.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 2^2 \div 2^3 = 4 \div \dots\dots\dots = \frac{4}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \\ \text{b) } 2^2 \div 2^3 = 2^{\dots\dots} = 2 \dots\dots \end{array} \right\} \text{Podemos afirmar que } 2^{-1} = \dots\dots\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } 10^2 \div 10^4 = \dots\dots\dots \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \text{d) } 10^2 \div 10^4 = 10^{\dots\dots} \end{array} \right\} \text{Podemos afirmar que } 10^{\dots\dots} = \dots\dots\dots$$



Nas atividades a seguir, descubra coisas incríveis!
Use nosso rap, se precisar.



Descobrimos que:

- a) um número elevado a 1 é sempre
- b) um número elevado a zero é sempre
- c) um número elevado a um expoente negativo é o mesmo que o inverso desse número com o expoente

Existe alguma propriedade que posso aplicar para resolver $2^3 \cdot 3^3$?



Claro! Veja, os expoentes são iguais.

Pensando...

a) $2^3 = \dots$ e $3^3 = \dots$ Então, $2^3 \cdot 3^3 = \dots$

b) $(2 \cdot 3)^3 = \dots^3 = \dots$

c) Logo, $2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3) \dots$



Vamos fazer a mesma experiência com $6^2 : 3^2$?

Pensando...

a) $6^2 = \dots$ e $3^2 = \dots$ Então, $6^2 : 3^2 = \dots$

b) $(6 : 3)^2 = \dots^2 = \dots$

c) Logo, $6^2 : 3^2 = (6 : 3) \dots$



Agora, complete o Fique Ligado!!! com as descobertas que fizemos.



Descobrimos que:

a) o produto de potências com o mesmo expoente equivale ao produto das bases, elevado a esse

b) o quociente de potências com o mesmo expoente equivale ao quociente das bases, elevado a esse

Há uma forma
prática de
resolver $(2 \cdot 3)^3$



Vamos
descobrir.



Pensando...

a) $(2 \cdot 3)^3 = \dots^3 = \dots$

b) $2^3 = \dots$, $3^3 = \dots$, então $2^3 \cdot 3^3 = \dots \cdot \dots = \dots$

c) Logo $(2 \cdot 3)^3 = \dots^3 \cdot \dots^3 = \dots$

Utilizando a mesma experiência em $(2 \cdot 3 \cdot 5)^2$...

a) $(2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = \dots^2 = \dots$

b) $2^2 = \dots$, $3^2 = \dots$, $5^2 = \dots$, então $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = \dots \cdot \dots \cdot \dots = \dots$

c) Logo $(2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = \dots^2 \cdot \dots^2 \cdot \dots^2 = \dots$



Vamos fazer a mesma experiência com $(6 : 2)^2$?

Pensando...

a) $(6 : 2)^2 = \dots^2 = \dots$

b) $6^2 = \dots$, $2^2 = \dots$, então $6^2 : 2^2 = \dots : \dots = \dots$

c) Logo $(6 : 2)^2 = \dots^2 : \dots^2 = \dots$



Agora complete o "Fique Ligado" com as descobertas que fizemos.



Descobrimos que:

a) a Potência de um Produto equivale ao produto de cada fator elevado a esse

Essa é a *propriedade da potência de um produto.*

b) a Potência de um Quociente equivale ao quociente de cada fator elevado a esse

Essa é a *propriedade da potência de um quociente.*



Que tal exercitar um pouco?

1. Podemos afirmar que $2^{3^2} \neq 2^6$?

Pensando...

$3^2 = \dots\dots\dots$, então $2^{3^2} = 2^{\dots\dots}$ \rightarrow logo, $2^{3^2} \dots\dots 2^6$.

A afirmação de que $2^{3^2} \neq 2^6$ é

2. Qual é a maior potência 3^{2^3} ou $(3^2)^3$?



Esta você fará sozinho.

3. Complete com = ou \neq .

a) $15^0 \dots\dots 15$ b) $34^1 \dots\dots 34$ c) $7^2 \times 7^3 \dots\dots 7^5$ d) $11^6 : 11^2 \dots\dots 11^3$ e) $4^3 \dots\dots -64$

f) $(-2)^3 \dots\dots -8$ g) $(-3)^2 \dots\dots -9$ h) $-5^2 \dots\dots 25$ i) $-(-3)^3 \dots\dots 27$ j) $-(-7)^2 \dots\dots -49$

k) $5^{-2} \dots\dots \frac{1}{25}$ l) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \dots\dots \frac{3}{2}$ m) $(-2)^{-1} \dots\dots -\frac{1}{2}$ n) $(-3)^{-2} \dots\dots \frac{1}{9}$ o) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} \dots\dots -\frac{125}{8}$

p) $(2^3)^2 \dots\dots 2^6$ q) $(-2^3)^2 \dots\dots 2^6$ r) $(3^2)^{-1} \dots\dots \frac{1}{9}$ s) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^3 \dots\dots 729$



Consulte as páginas anteriores, se precisar.

4. Uma planta aquática circular, com 1 cm de diâmetro, foi colocada em uma estufa até atingir o tamanho ideal para ser comercializada. Sabendo que seu diâmetro dobra a cada dois meses e que a planta sairá da estufa daqui a um ano, quanto deve medir seu diâmetro para que essa planta tenha a dimensão ideal para comercialização?



Pensando...

- a) Em um ano há meses, logo há grupos de dois meses em um ano.
- b) Ao ser colocada na estufa, o diâmetro da planta media cm e esta medida dobra a cada meses.
- c) Como há 6 grupos de dois meses num ano, para calcular a medida do diâmetro dessa planta para ser comercializada fazemos: $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots = 2 \cdot \dots = \dots$
- d) Para ser comercializada, essa planta deve ter cm de diâmetro.



5. Uma bactéria se transforma em 3 a cada hora. Uma dessas bactérias foi colocada num recipiente. Após 5 horas, no recipiente havia bactérias.



Esta você fará sozinho.

6. Qual é o valor da expressão: $\frac{(3 \cdot 3^2)^3}{(2^{-1} \cdot 3)^2 \cdot 2^2}$?

Pensando...

a) $3 \cdot 3^2 = 3 \cdots \cdots$ b) $(3 \cdot 3^2)^3 = (3 \cdots \cdots)^3 = 3 \cdots \cdots$ c) $2^{-1} = \frac{1}{\cdots}$

d) $(2^{-1} \cdot 3)^2 = 2 \cdots \cdots \cdot 3 \cdots \cdots$ e) $(2^{-1} \cdot 3)^2 \cdot 2^2 = 2 \cdots \cdots \cdot 2 \cdots \cdots \cdot 3 \cdots \cdots = 2 \cdots \cdots \cdot 3 \cdots \cdots = 1 \cdot 3 \cdots \cdots = 3 \cdots \cdots$

Dividindo os valores encontrados em b) e e)...

$$\frac{(3 \cdot 3^2)^3}{(2^{-1} \cdot 3)^2 \cdot 2^2} = \frac{3 \cdots \cdots}{3 \cdots \cdots} = 3 \cdots \cdots$$

O valor da expressão é $3 \cdots \cdots$ ou $\cdots \cdots$



Calculando por etapas,
fica fácil resolver a
expressão.

7. Qual é o valor da expressão: $\frac{(-7)^2 - 5^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^0}{\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - 1}$?

Pensando...

a) $(-7)^2 = \cdots \cdots$ b) $5^2 = \cdots \cdots$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = \cdots \cdots$ d) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = \cdots \cdots$

Substituindo pelos valores encontrados temos :

$$\frac{(-7)^2 - 5^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^0}{\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - 1} = \frac{\cdots \cdots - \cdots \cdots + \cdots \cdots}{\cdots \cdots - 1} = \frac{\cdots \cdots}{\cdots \cdots} = \cdots \cdots$$

O valor desta expressão é $\cdots \cdots$

8. Calcule o valor da expressão $\frac{(2^2 \cdot 2)^{-1}}{3^2 \div 3^{-1}} \cdot 72$.



Esta você fará sozinho.

9. Quadro Espelhado

No eixo vertical (coluna escura) estão os expoentes e no eixo horizontal (linha escura) estão as bases. Cada quadrícula é o encontro de uma base com um expoente.

Você deverá preencher a quadrícula com o resultado da base elevada ao expoente que corresponde a ela.

Veja os modelos.

		Expoente								
						4				
						3				
						2		9		
						1				
Base		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	$-\frac{1}{4}$					-1				
						-2				
						-3		$\frac{1}{8}$		
			$\frac{1}{16}$			-4				



Não esqueça que expoentes pares e ímpares podem modificar os sinais das potências...

10. Qual é o expoente?

- a) $2^{\square} = 128 \rightarrow \square = \dots\dots$ b) $10^{\square} = 10000 \rightarrow \square = \dots\dots$ c) $(-3)^{\square} = -27 \rightarrow \square = \dots\dots$
 d) $(-7)^{\square} = 49 \rightarrow \square = \dots\dots$ e) $(-2)^{\square} = -\frac{1}{2} \rightarrow \square = \dots\dots$ f) $(-3)^{\square} = \frac{1}{9} \rightarrow \square = \dots\dots$

11. A base da potência $\star^5 = 32$ está indefinida. Qual é o seu valor?

Pensando...

a) O n° representado por \star está elevado a $\dots\dots$

b) Que n° elevado a 5 resulta em 32?

c) $32 = \dots\dots^5$, logo $\star = \dots\dots$



Vamos fatorar o n° 32 em fatores primos.

$$\begin{array}{r} 32 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$



Agora, faça a atividade 12 prestando atenção às propriedades...

12. Qual é o valor da base \star ?

- a) $\star^3 = 125 \rightarrow \star = \dots\dots$ b) $\star^4 = 81 \rightarrow \star = \dots\dots$ ou $\dots\dots$ c) $\star^1 = 9 \rightarrow \star = \dots\dots$
 d) $\star^0 = 1 \rightarrow \star = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ e) $\star^{-1} = \frac{1}{4} \rightarrow \star = \dots\dots$ f) $\star^{-3} = -\frac{1}{64} \rightarrow \star = \dots\dots$

13. Qual é o valor da base a em $a^2 = -25$?..... Explique sua resposta.

14. Simplifique a expressão $(a^2 \cdot b^2)^{-1} : (a^{-2} \cdot a^1)^2$.

Pensando...

- a) $a^2 \cdot b^2 \rightarrow$ produto de potências com o mesmo
- b) Portanto, $a^2 \cdot b^2 = (\dots \cdot \dots)^2$.
- c) Sendo assim, $(a^2 \cdot b^2)^{-1} = [(\dots \cdot \dots)^2]^{-1} = [a \cdot b]^{-2}$
- d) $a^{-2} \cdot a^1 = a^{-1} \rightarrow$ produto de potências com a mesma
- e) Então, $(a^{-2} \cdot a^1)^2 = (a^{-1})^2 = a^{-2}$
- f) Utilizando as expressões encontradas em c) e e), temos:
 $(a^2 \cdot b^2)^{-1} : (a^{-2} \cdot a^1)^2 = [a \cdot b]^{-2} : a^{-2}$
- g) Sabemos que $[a \cdot b]^{-2} = a^{-2} \cdot b^{-2}$
- h) Então, $(a^2 \cdot b^2)^{-1} : (a^{-2} \cdot a^1)^2 = [a \cdot b]^{-2} : a^{-2} = a^{-2} \cdot b^{-2} : a^{-2}$.
- i) Organizando a expressão $\rightarrow a^{-2} : a^{-2} \cdot b^{-2} = a^{-2} \cdot b^{-2} = 1 \cdot b^{-2} = b^{-2}$
- j) Logo, $(a^2 \cdot b^2)^{-1} : (a^{-2} \cdot a^1)^2 = b^{-2}$.



Atenção!!!
 $(-2) - (-2) = -2 + 2 = \dots$

15. Simplifique a expressão $\frac{(m^{-1} \cdot p^{-1})^2 \cdot (m \cdot p)^2}{(p^{-2} \cdot p)^3}$.

- a) $(m^{-1} \cdot p^{-1})^2 = [(m \cdot p)^{-1}]^2 = [\dots]^{-2}$
- b) $(m^{-1} \cdot p^{-1})^2 \cdot (m \cdot p)^2 = [\dots]^{-2} \cdot (m \cdot p)^2 = (m \cdot p)^0 = \dots$
- c) $(p^{-2} \cdot p)^3 = (p^{-1})^3 = p^{-3}$
- d) $\frac{(m^{-1} \cdot p^{-1})^2 \cdot (m \cdot p)^2}{(p^{-2} \cdot p)^3} = \frac{\dots}{\dots} = p^{-3}$



Veja!
 $\frac{1}{a^{-2}} = 1 \div a^{-2} = a^0 \div a^{-2} = a^2$

16. Leia o artigo abaixo.

Acredita-se que no universo existam aproximadamente 100 bilhões de galáxias com 1 trilhão de estrelas cada uma.

Texto copiado do livro Matemática – Projeto Araribá – Ed Moderna – 9º ano Pág. 16

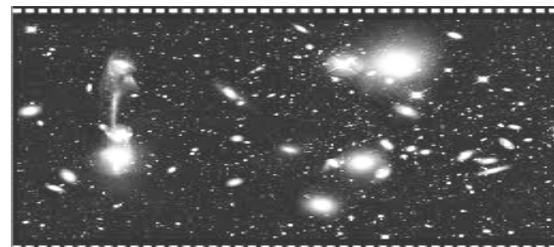


Foto extraída de amenito.com em 26/10/10.

De acordo com o artigo, determine o que se pede em cada item.

I) Escreva em potência de 10 o nº de galáxias.

Pensando...

a) $10^0 = \dots$

b) $10^1 = \dots$

c) $10^2 = \dots$

d) No universo há aproximadamente bilhões de galáxias ou 100 000 000 000 de galáxias.

e) Então, cem bilhões em potência de 10 é: $100\ 000\ 000\ 000 = 10 \dots$.



Numa potência de 10, o nº de zeros é igual ao

II) Escreva em potência de 10 o nº aproximado de estrelas em cada galáxia.

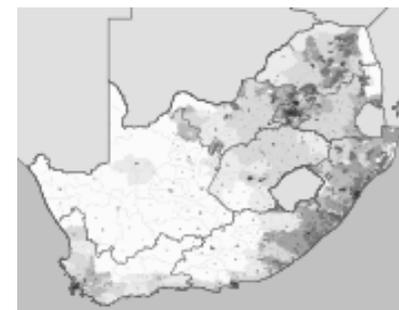


Estas você fará sozinho.

III) Escreva em potência de 10 o nº aproximado de estrelas no universo.

$$10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^{\dots}$$

A Copa do Mundo de Futebol em 2010 foi sediada na África do Sul. A África do Sul está localizada no extremo sul do continente africano, com uma região costeira que se estende por mais de 2500 km, sendo também banhada por dois oceanos : Atlântico e Índico. Com uma extensão territorial de **1 219 912 km²**, o país é o 25.º maior do mundo em área. A população da África do Sul é de **43 647 658** habitantes e a densidade populacional, de 36,05 hab./km².



Material extraído de <http://pt.wikipedia.org>, em 07/3/10

A atividade a seguir deve ser executada com base no artigo acima.



A Copa do Mundo de 2010 foi realizada na,
cuja extensão territorial é dekm².
Você sabe escrever esta medida em **notação científica**?



Notação científica? O que significa?



Notação científica, também conhecida como **padrão** ou como **notação em forma exponencial** (utilizando as potências de 10), é uma forma de escrever números que acomodam valores demasiado grandes ou pequenos.
Veja abaixo como escrever a extensão territorial da África do Sul em **notação científica**.

Vamos lembrar: $10 = 1 \cdot 10^1$; $100 = 1 \cdot 10^2$; $1000 = 1 \cdot 10^3$; $100\,000 = 1 \cdot 10^5$;
O valor relativo do primeiro algarismo **1** no nº **1 219 912** é Logo, $1\,000\,000 = 1 \cdot 10^6$. O nº **1 219 912**, em **notação científica** é : $1,219\,912 \cdot 10^6$.

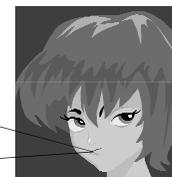


Entendi! Transforma-se o valor que queremos em forma de notação científica em n° decimal, em que a parte inteira é a ordem de maior valor relativo e multiplicamos por elevado ao expoente que corresponde ao número de casas decimais desse número decimal.

Escreva em notação científica os números abaixo.

- a) $3\ 745 = 3,745 \cdot 10^{\dots}$ b) $21\ 609 = 2,1609 \cdot 10^{\dots}$ c) $135\ 465 = \dots\dots\dots$ d) $9\ 342\ 625 = \dots\dots\dots$

Viu como é fácil?
A população da África do Sul é de habitantes, que em notação científica pode ser escrita assim:



Mas como escrever em notação científica números muito pequenos? Qual a utilidade?

Esta notação é muito útil para físicos, químicos, biólogos...
Veja, na próxima página, como representamos números muito pequenos em **Notação Científica.**



Um "**próton**" é uma partícula subatômica que faz parte do núcleo de todos os elementos. Convencionou-se que o **próton** tem carga elétrica positiva. É uma das partículas que, junto com o nêutron, formam os núcleos atômicos.



Figura extraída em 7/3/2010 de [fisicomaluco.com / wordpress / 2008](http://fisicomaluco.com/wordpress/)

O tamanho do próton é de cerca de **0,000 000 000 000 001** metros.

Vamos escrever, em **notação científica**, o tamanho do próton.

$$0,000\ 000\ 000\ 000\ 001 = \frac{1}{100\ 000\ 000\ 000\ 000} = \frac{1}{10^{\dots}}$$

A fração $\frac{1}{10^{\dots}}$ é o inverso de 10^{\dots} , logo $0,0000000000000001 = 1 \cdot 10^{\dots}$.



Percebi! O expoente de 10 é um nº simétrico ou oposto ao nº de casas decimais que a vírgula "anda" para a direita.

Veja como podemos escrever **0,00234** em notação científica.



Pensando...

- O algarismo que ocupa a parte inteira é o
- Para chegar até o 2, a vírgula "anda" casas decimais.
- Logo, 0,00234 em notação científica fica $2,34 \cdot 10^{\dots}$.



Complete o "Fique Ligado" com as descobertas que fizemos.



Descobrimos que um nº, em notação científica, é um produto de um nº racional por uma potência de 10.

Para transformar um nº racional em **notação científica**, se ele for:

- maior ou igual a 10, "andamos" com a vírgula para a esquerda e multiplicamos por com o expoente igual ao nº de algarismos que a vírgula "andou".
- menor que 1, "andamos" com a vírgula para a direita e multiplicamos por com o expoente igual ao nº de algarismos que a vírgula "andou" com o sinal negativo.



Vamos treinar um pouco???

17. O tamanho de uma bactéria pode variar de 0,2 a 5,0 micrômetros.

Um **micrômetro** está definido como um milionésimo de metro, isto é 1×10^{-6} m.

Logo, 1 micrômetro = $1 \cdot 10^{-6}$ m.



Imagem extraída em
07/3/2010 de
<http://anarkaos.wordpress.com/2009/02/13/bacterias-da-vida>.

A) Se uma bactéria mede 5 micrômetros de comprimento, podemos afirmar que, em metros, seu comprimento é:

$$5 \cdot 1 \cdot 10^{\dots\dots} = 5 \cdot \dots\dots \text{ metros.}$$

B) Uma bactéria mede 0,2 micrômetros de comprimento.

Escreva o tamanho dessa bactéria em metros, utilizando a **Notação Científica**.
Vamos por etapas.

I) $0,2 = 2 \cdot 0,1 = 2 \cdot 10^{\dots\dots}$.

II) Transformando 0,2 micrômetros em metros, tem-se:

$$2 \cdot 10^{\dots\dots} \cdot \dots\dots = 2 \cdot 10^{\dots\dots} \text{ metros.}$$

18. Escreva, em notação científica, os números abaixo.

a) $0,35 = 3,5 \cdot \dots\dots$

b) $2\ 348 = 2,348 \cdot \dots\dots$

c) $0,00271 = 2,71 \cdot \dots\dots$

d) $35\ 023\ 005 = \dots\dots$

e) $0,00000007 = 7 \cdot \dots\dots$

f) $86473,5 = \dots\dots$

g) $0,00104 = \dots\dots$

h) $235,37 = \dots\dots$

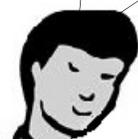
i) $0,05689 = \dots\dots$

Qual é o número que, ao quadrado, é 144?

Fácil! É só achar a raiz quadrada de 144.



Mas como se faz isso?



É fácil! Veja a explicação a seguir.



Lembrando...

Se elevamos **3** ao quadrado, encontramos **9**, $3^2 = \dots\dots$
Então, se extraímos a raiz quadrada de **9**, encontramos **3**

: $\sqrt{9} = \dots\dots$

Saquei! Extrair a raiz quadrada de um n° é encontrar o valor que, ao quadrado, gera esse n° .



Vamos pensar juntos.

Preencha as lacunas e determine as raízes quadradas abaixo.

a) $\sqrt{25} = \dots\dots$, porque $\dots^2 = 25$.

b) $\sqrt{49} = \dots\dots$, porque $\dots^2 = 49$.

c) $\sqrt{81} = \dots\dots$, porque $\dots^2 = 81$.



Mas para calcular a raiz de 144 existe uma maneira melhor. Basta fatorar o 144 e extrair o quadrado de seus fatores. Depois, é só multiplicá-los. Veja!

Fatorando o n° 144, temos:

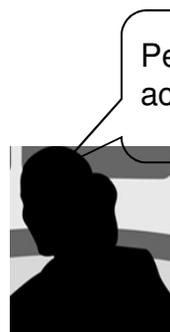
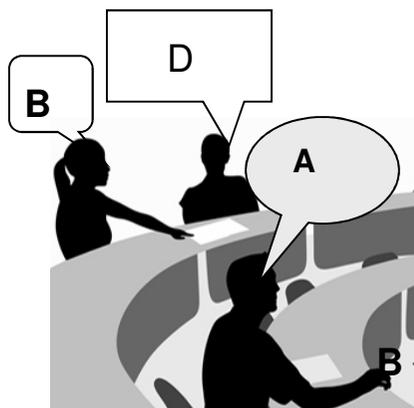
144	2	
72	2	$144 = 2^2 \cdot 2 \dots \cdot 3 \dots$
36	2	
18	2	$\sqrt{144} = 2 \cdot \dots \cdot \dots$
9	3	
3	3	Então: $\sqrt{144} = \dots\dots$
1		

Um dia na classe de Pedro, Cláudio e Ana.

Atenção, turma!
Nosso "Quiz" de hoje é de... MATEMÁTICA!
Vejam na tela.



**O número inteiro
mais próximo de $\sqrt{40}$
é:**
A → 6
B → 7
C → 10
D → 20



Pedro,
como
descobriu?



Você está confundido raiz quadrada com metade. Veja!



O valor inteiro de $\sqrt{40}$ é um número que, elevado ao quadrado, resulte em 40, ou o mais próximo de 40.

É verdade! $20^2 = \dots\dots$ e não 40.



Lembrando alguns quadrados perfeitos.



$$1^2 = \dots, 2^2 = \dots, 3^2 = \dots, 4^2 = \dots, 5^2 = \dots, 6^2 = \dots, 7^2 = \dots$$

Mas 40 não é próximo de 49?

Por que não pode ser 7?



O nº 40 está entre os quadrados perfeitos: $\dots\dots$ e $\dots\dots$



Temos: $\sqrt{36} = \dots\dots$ e $\sqrt{49} = \dots\dots$

O número mais próximo de 40 é 36 ou 49?

O valor mais próximo de 40 é $\dots\dots$, logo o inteiro mais próximo de $\sqrt{40}$ é $\dots\dots$



Vejam se descobrem esta!

O quadrado de minha idade é um número entre 200 e 230. Quantos anos tenho?



Os quadrados perfeitos a partir de 100 podem ser obtidos assim:

$$10^2 = \dots, 11^2 = \dots, 12^2 = \dots, 13^2 = \dots, 14^2 = \dots, 15^2 = \dots, 16^2 = \dots, 17^2 = \dots, 18^2 = \dots, 19^2 = \dots$$

O quadrado perfeito entre 200 e 230 é $\dots\dots$

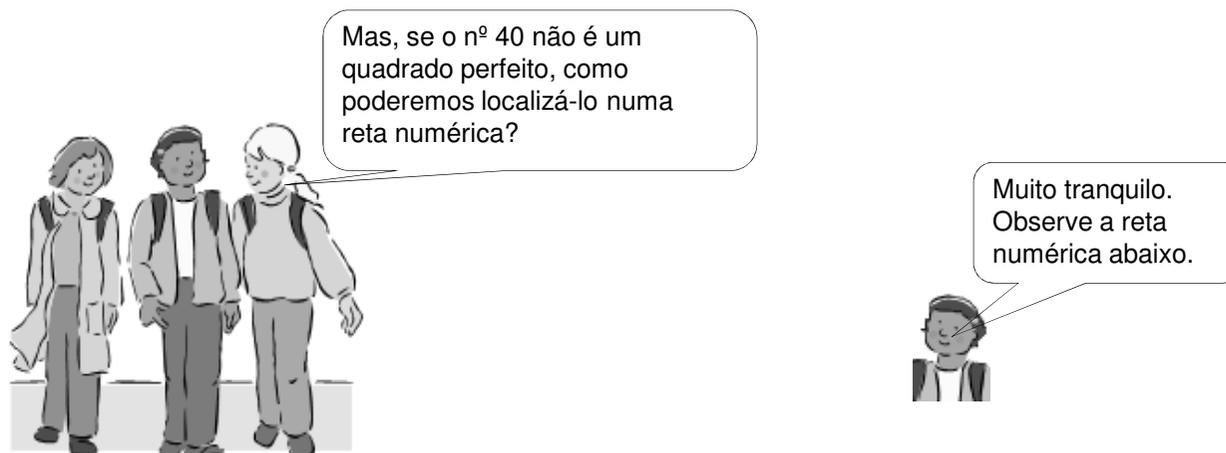


E, como $\dots\dots$ é $\dots\dots$ ao quadrado, você tem $\dots\dots$ anos.

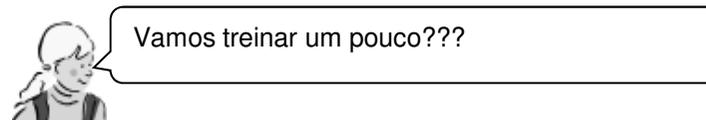
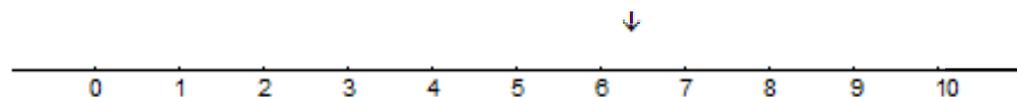


Muito bem! Vocês entenderam agora.

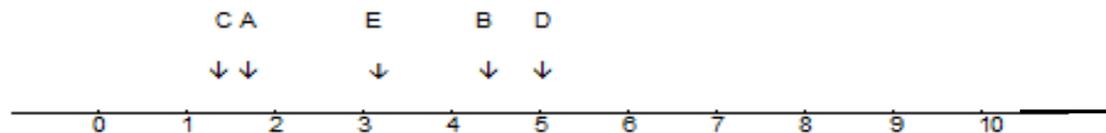




Como vimos na página anterior, $\sqrt{40}$ fica, entre e, mais próximo de Então, a localização de $\sqrt{40}$ é aproximadamente a que está indicada pela seta ↓ na reta numérica abaixo.



22. Observe a reta numérica abaixo e preencha os parênteses com a letra que indica a provável localização de cada raiz quadrada.



() $\sqrt{2}$ () $\sqrt{10}$ () $\sqrt{20}$ () $\sqrt{3}$ () $\sqrt{25}$



Como encontro o n° que, ao cubo, resulta em 216?

Vamos calcular a raiz cúbica de 216 $\rightarrow \sqrt[3]{216}$

Fatorando 216, tem-se: $216 = 2^3 \cdot 3^3$

Extraindo a raiz cúbica, tem-se: $\sqrt[3]{216} = 2 \cdot 3 = 6$



Entendi! É só retirar o expoente **3** de cada fator. Se for uma raiz quarta, é só retirar o expoente 4 de cada fator e assim por diante...

Fácil! É só extrair a raiz cúbica de 216. Veja!



216	2
108
.....
.....
.....
.....
1

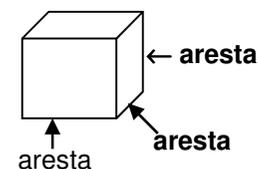
Não esqueça que o índice da raiz indica que tipo de raiz que devemos extrair.



23. Calcule as raízes abaixo.

a) $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$ b) $\sqrt[4]{16} = \dots\dots\dots$ c) $\sqrt[3]{3\,375} = \dots\dots\dots$

24. O volume de um cubo é de $1\,728 \text{ m}^3$. Qual é a medida de sua aresta?



Pensando e calculando...

a) O cubo é formado por quadrados congruentes, logo suas arestas têm todas a medida.

b) Para calcular o seu volume basta multiplicar a medida de sua aresta **a** por ela mesma três vezes, isto é:

$a \cdot a \cdot a = a^{\dots\dots\dots}$

c) Então, $a^3 = \dots\dots\dots$

d) Logo, $a = \sqrt[3]{\dots\dots\dots}$

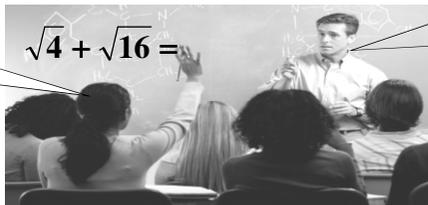
e) Fatorando, $1\,728 = 2 \cdot \dots\dots \cdot 2 \cdot \dots\dots \cdot 3 \cdot \dots\dots$

f) Portanto, $\sqrt[3]{1\,728} = \dots\dots \cdot \dots\dots \cdot \dots\dots = \dots\dots$

A aresta desse cubo mede m.

O professor Arnaldo propôs um desafio para sua turma.

O resultado desse cálculo é $\sqrt{20}$?



Não!
Vou explicar.



$\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{16} = 4$
 $\sqrt{4} + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6$
 $\sqrt{20}$ não é exata
 $\sqrt{20} \neq 6$

Como calculamos $\sqrt{20}$?



Podemos fatorar o 20.

20	2
10	2
5	5
1	

$20 = 2 \cdot \dots \cdot \dots$

Mas o fator 5 não está ao quadrado.
Como vamos fazer?



Deixamos o 5 dentro do radical. Veja!



$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Saquei!!!! Os fatores que tiverem expoente menor que 2 ficam dentro do radical.



25. Mostre que entendeu este assunto calculando:

a) $\sqrt{45} =$

b) $\sqrt{90} =$

c) $\sqrt{72} =$

d) $\sqrt{300} =$



Podemos fazer o mesmo com raízes cúbicas?



Claro! O índice é referência para que possamos extrair a raiz.

360	2
.....
.....
.....
.....
.....
1	

Vamos entender melhor esses quadrinhos.

26. Qual será o valor de $\sqrt[3]{360}$?

a) Fatorando o **360**, tem-se: $360 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

b) O fator que está ao cubo é o

c) Como os outros fatores têm expoentes inferiores a **3**, não podemos extraí-los do radical. Portanto:

$$\sqrt[3]{360} = \sqrt[3]{\dots \cdot \dots \cdot \dots} = \sqrt[3]{\dots}$$

27. Será $\sqrt[3]{360} = \sqrt{360}$?

Vamos calcular $\sqrt{360}$?

a) O expoente que nos interessa é o

b) Utilizando a fatoração feita na atividade anterior, temos: $360 = 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

c) Só podemos extrair a raiz quadrada dos fatores e

d) Os fatores ... e ... permanecerão no radical.

e) Portanto: $\sqrt{360} = \dots \cdot \dots \cdot \sqrt{\dots \cdot \dots} = \dots \cdot \sqrt{\dots}$

f) Concluimos que $\sqrt[3]{360} \dots \sqrt{360}$

28. Determine o que o professor propõe no quadrinho abaixo.

Façam essa atividade para fixar o que aprendemos. Cuidado com os índices!



Simplifique as raízes abaixo :

a) $\sqrt{180} =$ b) $\sqrt[3]{40} =$

c) $\sqrt[4]{405} =$ d) $\sqrt[3]{2880} =$

e) $\sqrt[3]{756} =$ f) $\sqrt{10800} =$

Use seu caderno

29. Ajude o aluno a tirar sua dúvida.

Qual é o menor n° que se pode multiplicar a 90 de modo que se encontre um quadrado perfeito?



Fácil! Lembre-se de que, num quadrado perfeito, todos os fatores deverão estar ao quadrado.

- a) Fatorando o n° 90, encontra-se: $90 = 2 \dots \cdot 3 \dots \cdot 5 \dots$
- b) Os fatores que não estão ao quadrado são: e
- c) Sabemos que, num n° quadrado perfeito, todos os seus fatores têm que estar ao
- d) Então, devemos multiplicar 90 por e por, isto é, devemos multiplicar 90 por para se obter um quadrado perfeito.

30. Por que n° devemos multiplicar 252 para que se encontre um quadrado perfeito?



Esta você fará sozinho.

Assinale a opção verdadeira, de acordo com as igualdades no telão.



$$1) \sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{36}$$

$$2) \sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{13}$$

- (a) A igualdade correta é a 1.
- (b) A igualdade correta é a 2.
- (c) As duas igualdades estão corretas.
- (d) Nenhuma das igualdades está correta.

Vamos verificar se você acertou.

1) $\sqrt{4} = \dots$, $\sqrt{9} = \dots$ e $\sqrt{36}$ é \dots . Então $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \dots \times \dots = \dots$
A $\sqrt{36}$ é igual a 6? \dots

2) $\sqrt{4} = \dots$, $\sqrt{9} = \dots$ e $\sqrt{13}$ está entre os inteiros \dots e \dots
Então $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \dots + \dots = \dots \rightarrow$ A $\sqrt{13}$ é igual a 6? \dots
A opção correta é a \dots

Saquei!



Então, me diz aí... Isso funciona para todas as multiplicações com radicais?



Vamos fazer as multiplicações abaixo e verificar.



Descobrimos que:

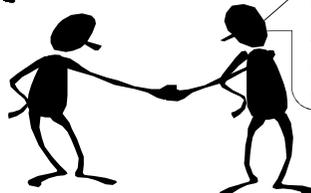
- a) o produto de 2 raízes de mesmo índice é igual à raiz do \dots desses números.
- b) a raiz de um produto de 2 ou mais números é igual ao \dots das raízes desses números.

31. Calcule os produtos abaixo.

a) $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \dots \times \dots = \dots$ b) $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{8} = \dots \times \dots = \dots$ c) $\sqrt[4]{16} \times \sqrt[4]{625} = \dots \times \dots = \dots$
 $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{\dots} = \dots$ $\sqrt[3]{\dots \times \dots} = \sqrt[3]{\dots} = \dots$ $\sqrt[4]{\dots \times \dots} = \sqrt[4]{\dots} = \dots$



Essa descoberta vai me ajudar!
Preciso achar $\sqrt{900}$. Como $900 = 9 \cdot 100$, então posso fazer assim: $\sqrt{900} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = \dots \cdot \dots = \dots$



Parabéns! Você é um gênio!
Aproveita e me explica como devo realizar adições com radicais.



Revendo o que descobrimos.

Para somar e subtrair, devemos extrair as raízes e depois calcular, assim: $\sqrt{25} + \sqrt{9} - \sqrt{4} = 5 + \dots - \dots = \dots$



E quando as raízes não forem exatas?

Veja e complete a atividade a seguir.



$\sqrt{28} + \sqrt{63} - \sqrt{7} = ?$
Fatorando :

$28 = \dots^2 \cdot \dots$, então $\sqrt{28} = \dots \sqrt{\dots}$
 $63 = \dots^2 \cdot \dots$, então $\sqrt{63} = \dots \sqrt{\dots}$
 $\sqrt{7} = \dots \sqrt{7}$.



Mas como vou operar com eles?



Acompanhe a atividade abaixo, que você irá entender.

Observe e complete .

$4 \sqrt{7} = \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7}$

$3 \sqrt{7} = \dots + \dots + \dots$

$1 \sqrt{7} = \dots$

Logo , $4 \sqrt{7} + 3 \sqrt{7} - 1 \sqrt{7} = \dots \sqrt{\dots}$



Entendi! **Operamos** com os **fatores externos** e **repetimos o radical**.

E se os radicais forem diferentes?



Lembra das adições algébricas?

Vamos relembrar!

$$3x + 4x - 2x = (3 + \dots - \dots) x = \dots x.$$

Portanto:

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (\dots + \dots - \dots)\sqrt{5} = \dots\sqrt{5}$$

Como :

$$2x - 3y + 4x = (\dots + \dots)x - \dots y = \dots x - \dots y$$

Então:

$$5\sqrt{3} + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} = (\dots - \dots)\sqrt{3} + \dots\sqrt{7} = \dots\sqrt{3} + \dots\sqrt{7}$$

Para exercitar um pouco, faça as atividades a seguir.

32. Determine as adições abaixo:

a) $8\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \dots\sqrt{\dots}$

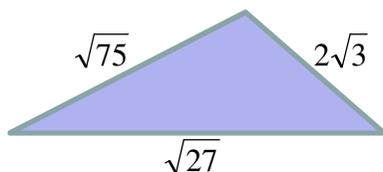
b) $\sqrt{64} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[4]{16} = \dots + \dots + \dots = \dots$

c) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} + \sqrt[3]{81} = \dots\sqrt[3]{\dots} - \dots\sqrt[3]{\dots} + \dots\sqrt[3]{\dots} = \dots\sqrt[3]{\dots}$

d) $\sqrt{20} + \sqrt{50} + \sqrt{45} = \dots\sqrt{\dots} + \dots\sqrt{\dots} + \dots\sqrt{\dots} = \dots\sqrt{\dots} + \dots\sqrt{\dots}$

e) $\sqrt[3]{40} + \sqrt{80} + \sqrt[3]{135} = \dots\sqrt[3]{\dots} + \dots\sqrt{\dots} + \dots\sqrt[3]{\dots} = \dots\sqrt[3]{\dots} + \dots\sqrt{\dots}$

33. Determine o perímetro do triângulo abaixo



Fique ligado!

Adições e subtrações com radicais.

a) Simplificamos os

b) Operamos com os fatores de radicais iguais.

c) Só é possível somar e subtrair radicais com o mesmo índice e o mesmo radicando, que são “radicais semelhantes”.

Resolvendo...

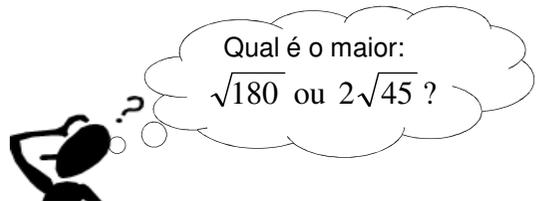
a) $\sqrt{75} = \dots\sqrt{\dots}$

b) $\sqrt{27} = \dots\sqrt{\dots}$

c) $2\sqrt{3} + \dots + \dots = \dots\sqrt{\dots}$

O perímetro é

34.



Resolvendo....

$$\sqrt{180} = \dots \sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{45} = \dots \sqrt{\dots}$$

$$2\sqrt{45} = 2 \cdot \dots \sqrt{\dots}$$

} Logo, $\sqrt{180} \dots 2\sqrt{45}$

35. Sendo $x = \sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ e $y = 3\sqrt{5} - \sqrt{2}$ determine:

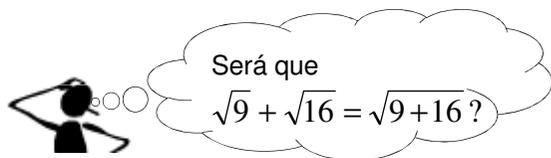
a) $x + y =$

b) $x - y =$

Esta você fará sozinho.



36.

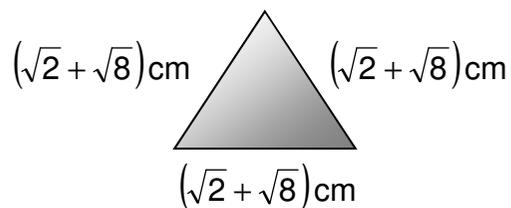


a) $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \dots$

b) $\sqrt{9+16} = \dots$

Logo, esta igualdade é

37. Podemos afirmar que o perímetro do triângulo equilátero abaixo é $9\sqrt{2}$?



Esta você fará sozinho.



38.



Preencha as lacunas e encontre os produtos abaixo.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{\dots \cdot \dots} = \sqrt{\dots} = \dots \sqrt{\dots}$

b) $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \dots \sqrt{\dots \cdot \dots} = \dots \sqrt{\dots}$

Simplificando $\sqrt{12} = \dots \sqrt{\dots}$

Então: $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \dots \sqrt{\dots} = \dots \sqrt{\dots}$

c) $3\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{6} = \dots \cdot \dots \sqrt{\dots \cdot \dots} = \dots \sqrt{\dots}$

Simplificando $\sqrt{60} = \dots \sqrt{\dots \cdot \dots} = \dots \sqrt{\dots}$

Logo, $3\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{6} = \dots \cdot \dots \sqrt{\dots} = \dots \sqrt{\dots}$

Preciso determinar o produto: $2\sqrt{3}(\sqrt{2} + 2)$
Como posso fazer?



É só aplicar a propriedade distributiva.

$$2\sqrt{3}(\sqrt{2} + 2) = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{\dots} + 4\sqrt{\dots}$$



Utilizamos a adição e a multiplicação com radicais. Como os radicais são diferentes, não podemos somá-los. Deixamos apenas indicados.



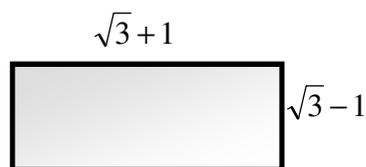
Multiplicações com radicais de mesmo índice.

- 1) Simplificamos os.....
- 2) Multiplicamos os radicandos (números dentro das raízes) e registramos o produto dentro do radical.
- 3) Multiplicamos os fatores que acompanham as raízes e registramos o produto fora do radical.
- 4) Se for possível, simplificamos a raiz do produto.

39. Complete as lacunas e determine o produto abaixo.

$$(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 3) = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) + (\sqrt{2} \cdot \dots) + (1 \cdot \sqrt{2}) + (\dots \cdot -3) = \sqrt{\dots} - \dots \sqrt{2} + \sqrt{\dots} - \dots = \dots - \dots \sqrt{\dots} + \sqrt{2} - \dots = \dots - \dots \sqrt{2}$$

40. De acordo com as dimensões no retângulo abaixo, determine seu perímetro e sua área.



Seu perímetro é: $(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1) = \dots$

Sua área é: $(\sqrt{3} + 1) \cdot (\sqrt{3} - 1) = \dots$



Que legal! Podemos calcular usando uma das regras dos produtos notáveis, produto da soma pela diferença.
 $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$. Lembram?

E na divisão? Podemos proceder da mesma forma?

Vamos verificar?

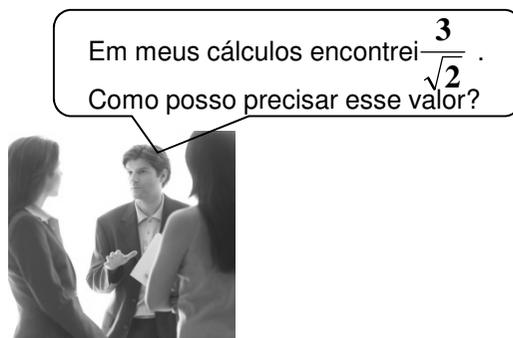
$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{64} \div \sqrt{4} = \dots \div \dots = \dots \\ \sqrt{64} \div 4 = \sqrt{\dots} = \dots \\ \sqrt[3]{216} = \dots = \dots \\ \sqrt[3]{27} = \dots \end{array} \right\} \sqrt{64} \div \sqrt{4} \dots \sqrt{64} \div 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{216} = \dots = \dots \\ \sqrt[3]{27} = \dots = \dots \end{array} \right\} \sqrt[3]{216} \dots \sqrt[3]{27}$$



Divisão de radicais com o mesmo índice.

Procedemos da mesma forma que na de radicais com o mesmo índice.



Vamos ajudá-lo.

O nº $\sqrt{2}$ no denominador é um complicador. Como podemos simplificar essa fração?



Complete as lacunas, de modo que se obtenham frações equivalentes.

a) $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{6}$ b) $\frac{2}{3} = \frac{8}{\dots}$

1) Na igualdade a) multiplicamos o numerador e o denominador por e obtivemos a fração _____ .

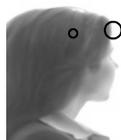
A fração $\frac{1}{2}$ equivale (tem o mesmo valor) a _____ .

2) Na igualdade b) multiplicamos o numerador e o denominador por e obtivemos a fração _____ .

A fração $\frac{2}{3}$ equivale a _____ .

Ao multiplicarmos o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número, obtemos uma fração a primeira.

Como podemos obter uma fração equivalente a $\frac{3}{\sqrt{2}}$ com denominador racional?



O que aconteceria, se multiplicasse cada termo da fração por $\sqrt{2}$?

$$\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{\dots}} = \frac{3\sqrt{\dots}}{\dots}$$

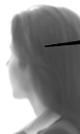
Uma fração equivalente a $\frac{3}{\sqrt{2}}$ é $\frac{3\sqrt{2}}{\dots}$.
O valor dela é a metade de Ajudou você?



Claro! A fração com denominador racional é bem mais simples!



Isso se chama *racionalizar o denominador*.



Se uma fração possui uma raiz quadrada no denominador, para racionalizá-lo devemos O numerador e o denominador por essa raiz.

Ao racionalizar uma fração com uma raiz no denominador, encontramos uma outra fração mais fácil de localizar na reta numérica.

43. Racionalize os denominadores das frações a seguir:

- a) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$
- b) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} =$
- c) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12}} =$



Eu quero saber como racionalizar uma fração
do tipo: $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$

Será que multiplicando o numerador e o denominador por $\sqrt{2}$, é possível racionalizar o denominador?

Experimente e escreva abaixo sua conclusão.

E se utilizarmos $\sqrt{2}-1$ como fator multiplicativo para racionalizar o denominador?

Escreva abaixo suas conclusões.

Experimente multiplicar os termos da fração por $\sqrt{2}+1$.

Escreva o que descobriu.



Incrível!!!! Podemos calcular usando uma das regras dos produtos notáveis,
produto da soma pela diferença. Veja!

$$(\sqrt{2}+1) \cdot (\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = \dots - \dots = \dots$$



Oi, galera! Sou Alex.
Vamos contar a vocês como
resolvemos algumas situações
com conhecimentos de
geometria.

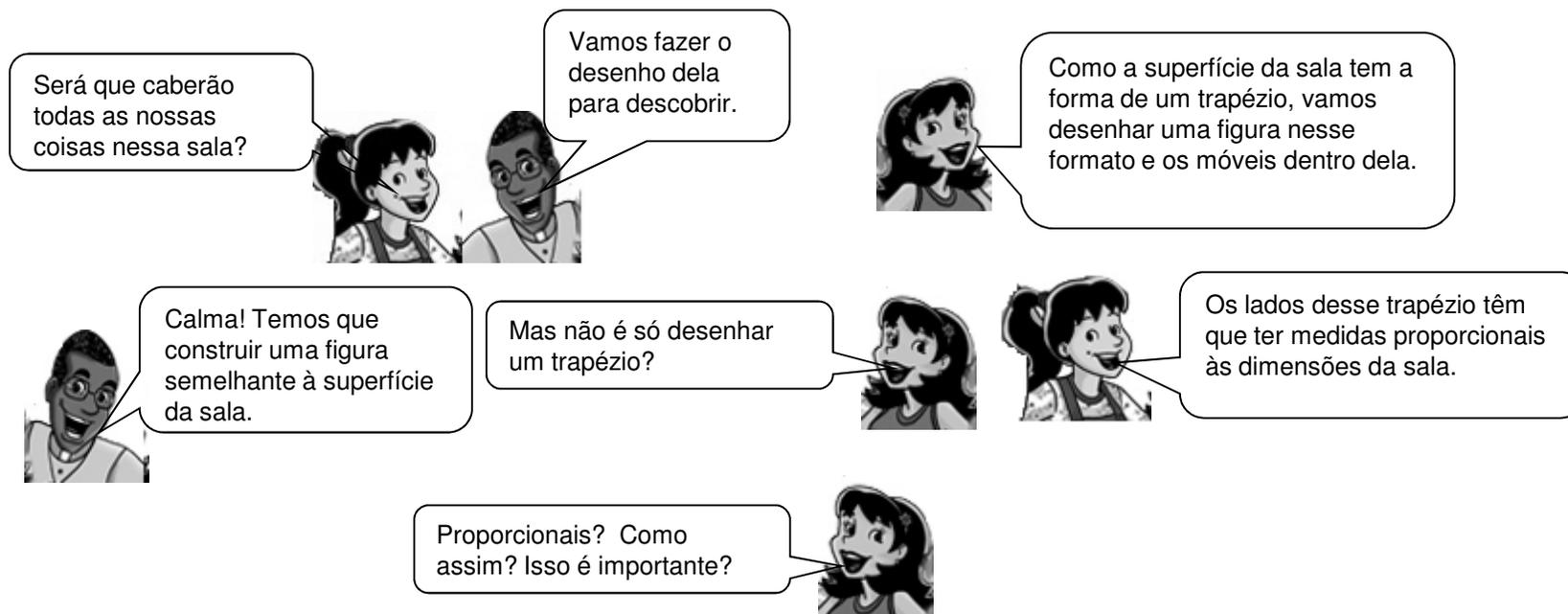
Eu
sou a
Bia!

Eu sou Paty.
Acho que vocês
vão gostar!

Personagens retirados em 05/2010 de
www.pisjc.com.br

Alex, Bia e Paty são jovens curiosos e animados.

Eles ganharam uma sala na escola onde irão trabalhar em suas experiências e pesquisas.



Será que caberão
todas as nossas
coisas nessa sala?

Vamos fazer o
desenho dela
para descobrir.

Como a superfície da sala tem a
forma de um trapézio, vamos
desenhar uma figura nesse
formato e os móveis dentro dela.

Calma! Temos que
construir uma figura
semelhante à superfície
da sala.

Mas não é só desenhar
um trapézio?

Os lados desse trapézio têm
que ter medidas proporcionais
às dimensões da sala.

Proporcionais? Como
assim? Isso é importante?



A proporção está muito presente no nosso dia a dia.

Nós a usamos o tempo todo. Lembra quando fizemos o refresco de uva para a festa do folclore?



Bia e Paty ficaram encarregadas de fazer o refresco de uva para a festa do folclore de sua escola.

Elas receberam 5 litros de suco de uva concentrado.

A orientação para a composição do refresco era:

“Use 3 partes de água para cada parte de suco.”

Quantos litros d’água foram necessários para fazer o refresco?

Pensando e resolvendo...

a) A razão para essa composição é: $\frac{\text{suco}}{\text{água}} = \frac{\dots}{3}$

b) Então, para calcular a quantidade de água

necessária, utilizamos a igualdade: $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$

c) Multiplicando meios e extremos, temos: $\frac{1}{3} \cdot x = \frac{5}{x} \cdot 3$

d) Assim, encontramos: $1x = \dots \rightarrow x = \dots$

e) Foram necessários litros d’água para fazer o refresco.



Lembrei! Se não usássemos a proporção, o refresco poderia ficar aguado ou forte demais.



Quando comparamos duas quantidades ou duas medidas por meio de uma divisão, o quociente é chamado de

Se a razão entre a e b é igual a razão entre c e d , isto é $\frac{a}{\dots} = \frac{c}{\dots}$, então a , b , c e d são

nesta ordem, isto é, **Proporção** é a igualdade entre 2 razões.

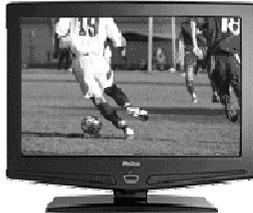


Tenho também um exemplo do uso da proporção. Veja!

A loja em que o pai de Alex trabalha está dando um desconto de 10% em seus produtos, nesta semana.

Veja o cartaz.

PROMOÇÃO 10% DE DESCONTO



De: R\$ 1.999,00
Por:



De: R\$ 399,00
Por:

SOMENTE ESTA SEMANA

Vamos calcular os preços com desconto e completar o cartaz acima. Pensando e resolvendo...

a) Sabemos que $10\% = \frac{\dots}{100} = \frac{\dots}{10}$

b) A razão para calcular o desconto em cada produto é: $\frac{\text{desconto}}{\text{preço}} = \frac{\dots}{10}$

c) Vamos calcular o desconto que está sendo dado à TV nessa promoção. $\frac{x}{1999} = \frac{1}{10}$

d) Multiplicando meios e extremos temos: $\dots \cdot x = 1 \cdot \dots \rightarrow x = \dots$

e) Para calcular o preço da TV nessa promoção fazemos: $1\ 999,00 - \dots = \dots$

f) O preço da TV nesta semana é R\$

g) Agora, vamos calcular o desconto que está sendo dado ao liquidificador nessa promoção. $\frac{y}{\dots} = \frac{1}{10}$

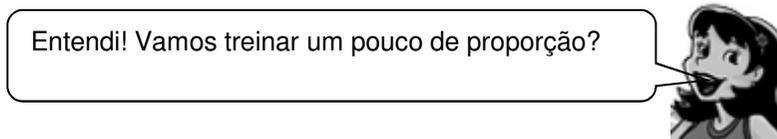
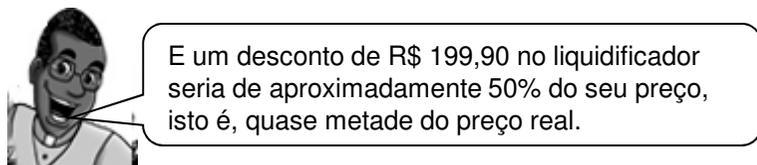
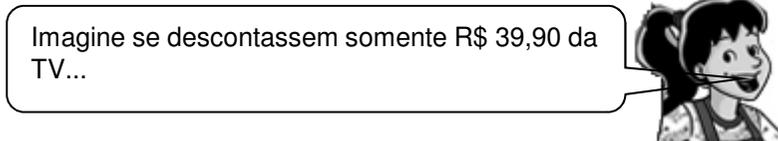
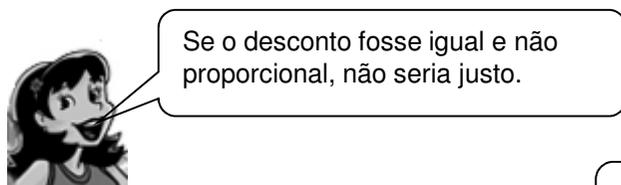
h) Multiplicando meios e extremos, temos: $\dots \cdot y = 1 \cdot \dots \rightarrow y = \dots$

i) Para calcular o preço do liquidificador nessa promoção fazemos: $399,00 - \dots = \dots$

j) O preço do liquidificador nesta semana é R\$

Legal! Para calcular o valor do desconto de 10%, basta calcular 1/10 do preço do produto ou dividir o preço por 10.





44. O treinador de uma equipe de futebol conseguiu um terreno para construir um campo onde poderá treinar seu time para o campeonato de sua cidade. Ele deseja que esse campo tenha medidas proporcionais ao campo onde será realizado o campeonato.

Na foto do estádio onde será realizado o campeonato, o comprimento do campo é de 9cm e a largura mede 4,6cm.



Imagem de
footbrasil.atSPACE.com colhida
em 12/11/10

Se o comprimento do terreno for de 45m, qual deverá ser a largura desse campo?

Pensando...

a) A razão entre as medidas da foto é $\frac{4,6}{\dots}$.

b) Considerando como x a medida da largura do campo de treinamento, temos a proporção: $\frac{4,6}{\dots} = \frac{x}{45}$.

c) Multiplicando meios e extremos, temos: $\dots \cdot x = \dots \rightarrow x = \dots$

d) A largura do campo de treinamento deverá ser de \dots m.

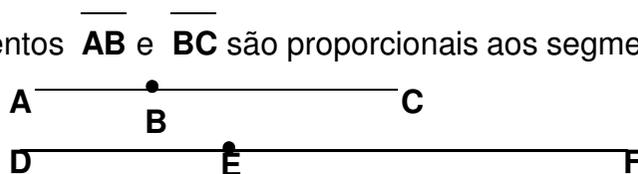


Mas, precisamos usar as noções de geometria para resolver.

Vamos ver os segmentos proporcionais.



Os segmentos \overline{AB} e \overline{BC} são proporcionais aos segmentos \overline{DE} e \overline{EF} .



Sabendo que \overline{AB} mede 4 cm e que \overline{BC} mede 6 cm, determine o que se pede.

a) A razão entre os segmentos \overline{AB} e \overline{BC} é:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\dots\dots}{6} \xrightarrow{\text{simplicando a fração}} \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\dots\dots}{3}$$

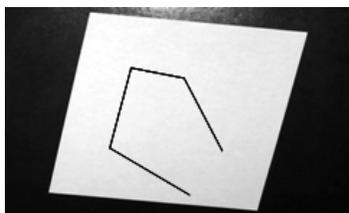
b) Se \overline{DE} mede 6 cm, vamos determinar a medida de \overline{EF} . Representando a medida de \overline{EF} por z , temos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} \rightarrow \frac{\dots}{3} = \frac{6}{z}$$

c) Multiplicando meios e extremos, temos: $\dots \cdot z = 3 \cdot \dots \rightarrow z = \dots$

d) A medida de \overline{EF} é \dots cm.

Eu desenhei um trapézio representando a sala numa razão $\frac{1}{100}$ isto é, cada 100 cm da medida real estão representados, no desenho, por \dots cm. Vejam como ficou!



O Teorema de Tales irá ajudar-nos bastante. Veja na próxima página!

Você sabia que...

- Tales de Mileto foi um filósofo grego que nasceu em Mileto, em 646 a.C. e morreu em 546 a.C.?
- Foi considerado o primeiro dos sete sábios da Grécia?

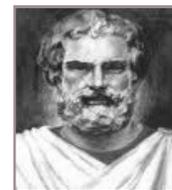
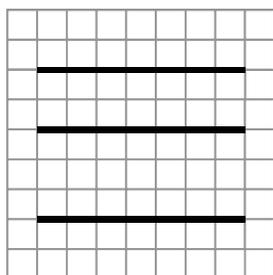


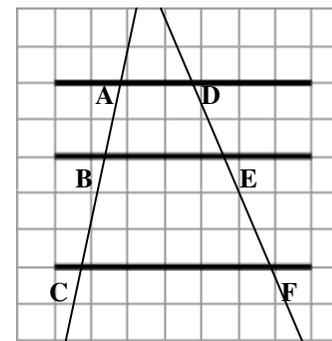
Imagem retirada de <http://007bondeblog.blogspot.com/2009/07/tales-de-mileto-e-um-lugar-para-os.html> - em 30/5/10



Utilizando uma folha de papel quadriculado, trace três paralelas horizontais com distâncias diferentes.



Trace, agora, duas transversais, como no modelo ao lado.



Com o auxílio da régua, meça os segmentos e registre nas igualdades abaixo.

$$\overline{AB} = \dots\dots \quad \overline{BC} = \dots\dots \quad \overline{DE} = \dots\dots \quad \overline{EF} = \dots\dots$$

A razão dos segmentos \overline{AB} e \overline{BC} é: $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dots\dots$

A razão dos segmentos \overline{DE} e \overline{EF} é: $\frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = \dots\dots$

Legal! Se a razão é a mesma, eles são proporcionais.

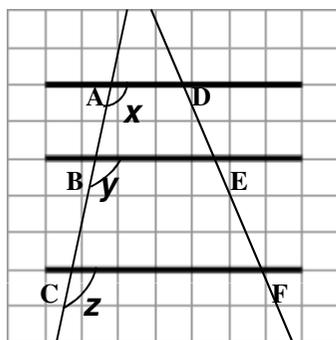




Na página anterior, verificamos o Teorema de Tales. Complete o quadro ao lado.



Você reparou nos ângulos? Já estudamos isto no ano passado.



Com o auxílio do transferidor meça os ângulos x , y e z .

$x = \dots$ $y = \dots$ $z = \dots$

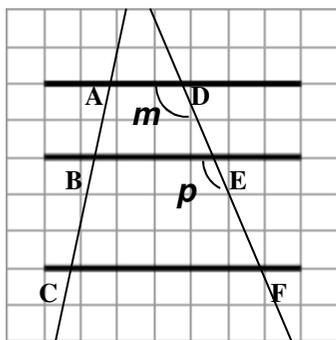


Descobrimos que se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, os segmentos determinados sobre a primeira transversal são a seus correspondentes determinados sobre a segunda transversal.



Os ângulos x , y e z têm medidas
Claro! São ângulos correspondentes.

Observe a figura. O que se pode dizer sobre os ângulos m e p ?



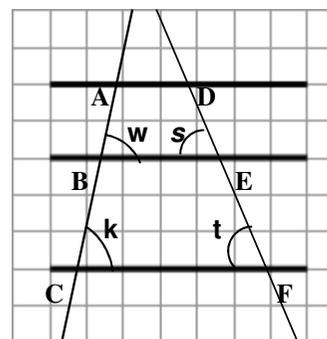
Essa é fácil! Os ângulos m e p têm medidas
Eles também são





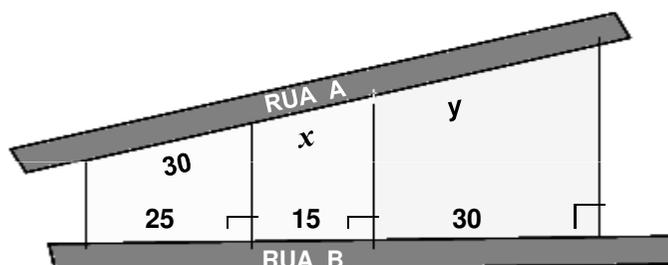
E sobre os ângulos **w**, **s**, **k** e **t**?

Moleza! Os ângulos **w** e têm medidas iguais pois são correspondentes.
O mesmo acontece com os ângulos **s** e



Treinando...

45. Há três lotes de terrenos entre as ruas **A** e **B**. Na figura abaixo, vemos as medidas em metros, que esses lotes ocupam nas ruas **A** e **B**.



Quais são as medidas de x e y ?

- Como os limites laterais dos lotes são paralelos, podemos afirmar que as frentes de cada lote para as ruas **A** e **B** são
- A razão de semelhança pode ser determinada pelo 1º lote à esquerda, isto é, $\frac{30}{\dots} = \frac{6}{\dots}$.
- Para calcular x temos: $\frac{6}{\dots} = \frac{x}{15}$.
- Multiplicando meios e extremos, temos: $\dots x = 6 \cdot \dots \rightarrow x = \dots$
- Use o mesmo processo e determine o valor de y .

$$y = \dots$$

46. Marcos precisava determinar o comprimento da ponte sobre o lago. Veja! Ele traçou paralelas. Uma das transversais contém o segmento que representa o comprimento da ponte.

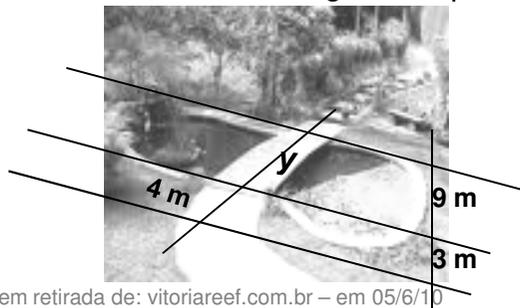
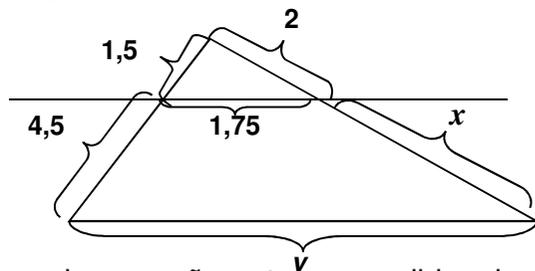


Imagem retirada de: vitoriareef.com.br – em 05/6/10

- a) Podemos armar a proporção: $\frac{y}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
 b) Multiplicando meios e extremos temos:..... $y = \dots\dots \rightarrow y = \dots\dots$
 c) O comprimento da ponte é de m.

47. Nos triângulos abaixo, determine as medidas x e y .



- a) As medidas do triângulo menor são 1,5 , e
 b) As medidas do triângulo maior são 6, y , e $x + \dots\dots$
 c) A medida do triângulo maior que corresponde a 1,5 é

- d) Sendo assim, a razão entre as medidas dos lados dos triângulos é $\frac{1,5}{\dots\dots} = \frac{15}{60} = \frac{1}{\dots\dots}$.
 e) A medida do lado do triângulo maior que corresponde ao lado de 1,75 é, logo temos

$$\frac{1}{\dots\dots} = \frac{1,75}{y} \rightarrow y = \dots\dots \therefore y = \dots\dots$$

 f) A medida do lado do triângulo maior, que corresponde ao lado de 2, é, logo temos

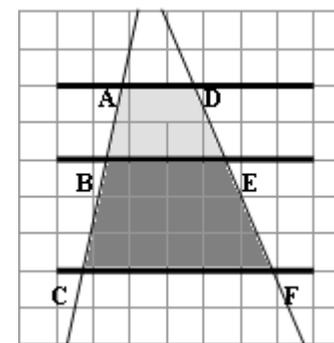
$$\frac{1}{\dots\dots} = \frac{2}{x+2} \rightarrow x+2 = \dots\dots \therefore x = \dots\dots - 2 \rightarrow x = \dots\dots$$



Olhando agora para a figura formada pelo feixe de paralelas cortado pelas transversais pude observar que há mais de um trapézio determinado por essas linhas.



Estou vendo o trapézio **ABED** e o trapézio **BCFE**.



Eles são semelhantes, pois as medidas dos seus lados correspondentes são e as medidas dos seus ângulos correspondentes são



Posso ver mais um, o trapézio **ACFD**.
Verifique se este trapézio é semelhante aos outros dois.

Agora sei porque a figura que desenhei não ficou correta. Não considerei os ângulos do trapézio, formados na superfície da sala.



Descobrimos que dois trapézios são semelhantes quando seus correspondentes são congruentes e seus correspondentes são proporcionais.

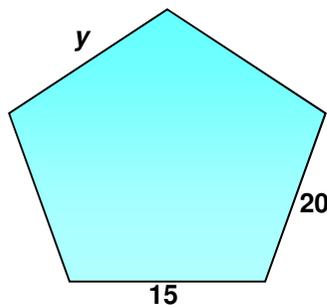
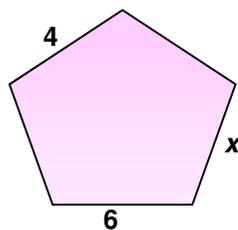


Este conceito de semelhança se aplica a outros polígonos?

Claro! Pratique um pouco nas atividades a seguir.



48. As figuras abaixo são semelhantes. Sendo assim, determine as medidas x e y .

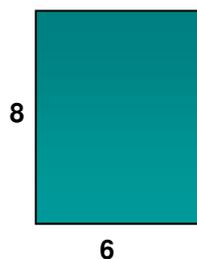
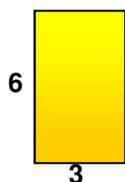


Fique ligado!

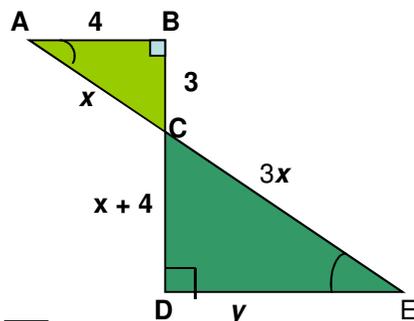
Dois polígonos são semelhantes quando seus ângulos correspondentes são e seus lados correspondentes são

49. Sabendo que a razão de semelhança entre dois quadrados é $\frac{3}{4}$ e que o lado do maior desses quadrados mede 12 cm, podemos afirmar que o lado do menor quadrado mede cm.

50. Verifique se os retângulos abaixo são semelhantes e justifique sua resposta.



51. Determine as medidas dos lados dos triângulos **ABC** e **CDE**, sabendo que são semelhantes numa razão de $\frac{1}{3}$.



Calculando...

a) O lado correspondente a \overline{AB} no triângulo **CDE** é

b) Igualando-se à razão tem-se: $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{4}{\dots} = \frac{1}{3}$

$1 \cdot y = \dots \dots \dots \rightarrow y = \dots \dots \dots$, logo \overline{DE} mede

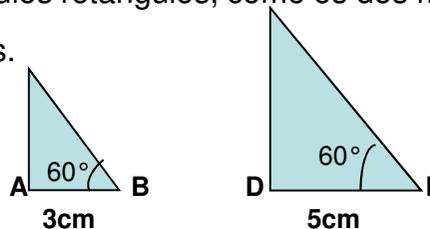
c) O lado correspondente a \overline{BC} no triângulo **CDE** é

d) Igualando-se à razão tem-se: $\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\dots}{x+4} = \frac{1}{3} \rightarrow 1 \cdot (x+4) = \dots \dots \dots \rightarrow x+4 = \dots \therefore x = \dots$

e) Como $x = \dots$, então \overline{AC} mede, \overline{CD} mede, e \overline{CE} mede

52. Trace, numa folha de papel quadriculado, dois triângulos retângulos, como os dos modelos abaixo.

Meça seus lados e ângulos e verifique se são semelhantes.



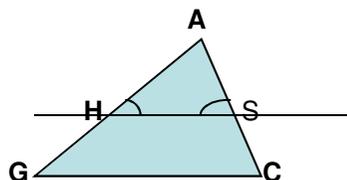
53. Experimente traçar dois triângulos com tamanhos diferentes, porém com ângulos correspondentes congruentes (de mesma medida).

Analise-os e complete a frase abaixo.

Se dois triângulos possuem ângulos correspondentes congruentes, então eles são

e seus lados correspondentes serão

54. No triângulo **AGC** abaixo foi traçada uma \overline{HS} paralela à sua base.



Podemos afirmar que os triângulos **AGC** e **AHS** são semelhantes?

Analisando...

- a) Prolongando-se a base desse triângulo, podemos ver duas retas
- b) Prolongando-se os outros dois lados do triângulo, podemos ver duas retas às paralelas.
- c) Lembrando o que foi visto anteriormente, os ângulos \hat{H} e \hat{G} têm medidas
- d) O mesmo se pode dizer dos ângulos \hat{S} e
- e) Como o ângulo \hat{A} pertence aos dois triângulos, então os ângulos do triângulo **AGC** são com os ângulos correspondentes do triângulo **AHS**.



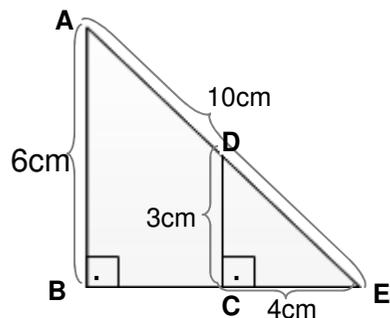
Concluindo...

➤ Os triângulos **AGC** e **AHS** são porque seus ângulos correspondentes são

➤ Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta (corta) os outros dois lados em pontos distintos, então o triângulo que ela determina com esses lados é ao primeiro.

55. Aplicando os conhecimentos que foram vistos até aqui, determine o que se pede.

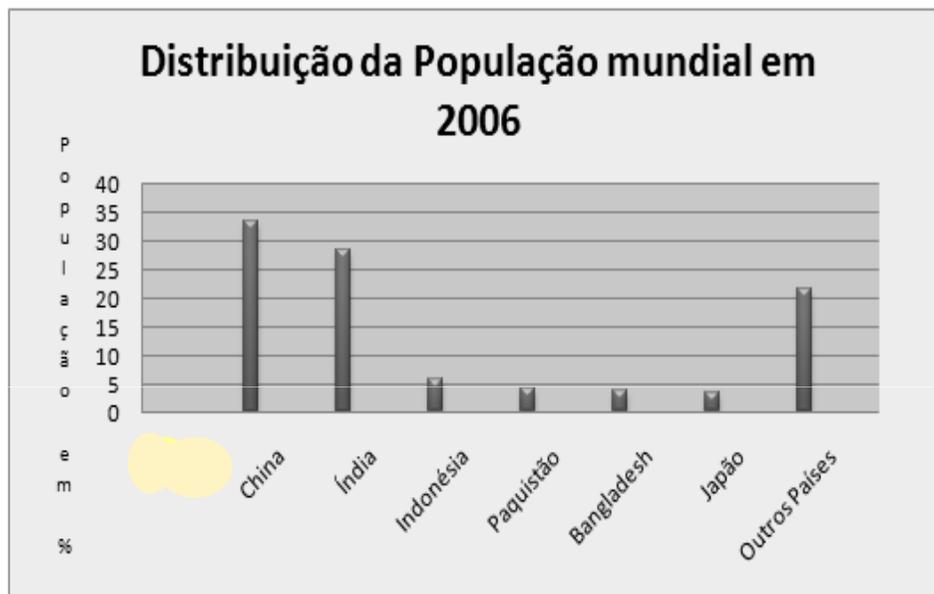
De acordo com a figura abaixo,



- é possível ver os triângulos retângulos **ABE** e
- o lado \overline{AB} do triângulo **ABE** corresponde ao lado do triângulo **DCE**.
- a razão de semelhança entre esses triângulos é _____.
- o lado \overline{AE} do maior triângulo corresponde ao lado do menor triângulo.
- a medida de \overline{DE} é
- o lado \overline{BE} de **ABE** corresponde ao lado de **DCE**.
- considerando como **m** a medida de \overline{BC} , é possível representar a medida de \overline{BE} como **m** +
- a medida de **m** é e a de \overline{BE} é
- o perímetro de **ABE** é cm e o de **DCE** é cm.

56. Em 2006, um grupo realizou uma pesquisa sobre a distribuição populacional na Ásia, isto é, a porcentagem da população de cada país em relação ao total de habitantes desse continente.

Este gráfico revela os resultados obtidos nessa pesquisa. Observe-o com atenção.



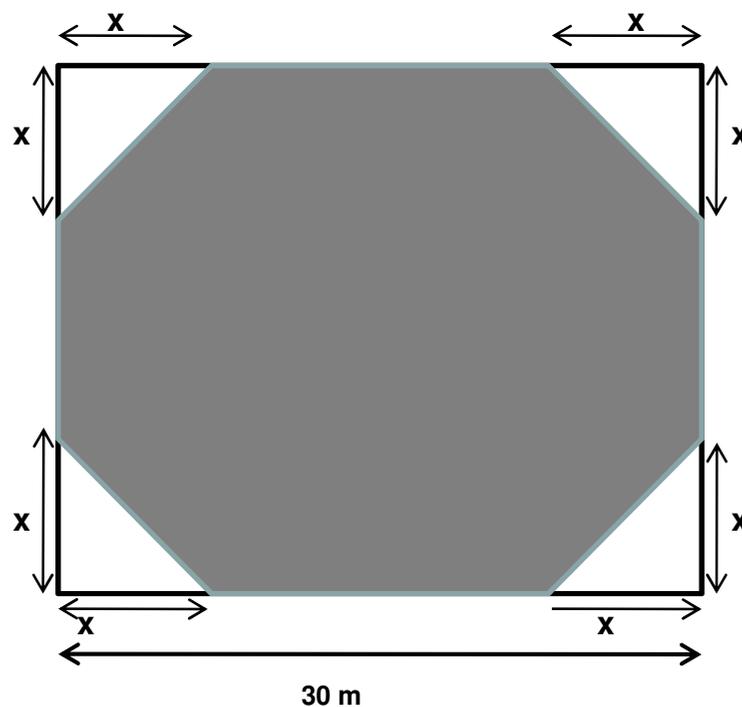
Dados obtidos em: Almanaque Abril 2007.

Analisando o gráfico, determine :

- O total de habitantes da Ásia corresponde a% da população da Ásia.
- O país com maior distribuição populacional é
- O país cuja distribuição populacional é maior que 5% e inferior a 10% é
- Os países cuja diferença da distribuição populacional é de aproximadamente 5% são e
- O país cuja distribuição populacional é de aproximadamente 28% é
- O país com menor distribuição populacional é

DESAFIO

A área colorida da figura abaixo corresponde a 882m^2 . Determine o valor de x .



Dicas e Orientações.

- 1- A figura onde se apoia a região colorida é um quadrado cujo lado mede 30 m.
- 2- Se juntar dois cantos (triângulos), que sobram no quadrado, após retirar a figura colorida, obtém-se um quadrado de lado x .
- 3- Não esqueça que são 4 cantos.
- 4- A área de um quadrado é calculada elevando ao quadrado a medida do lado.

Boa sorte!

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO

